152. Ein Beitrag zur mathematischen und graphischen Behandlung der photographischen Entwicklung

von **Karl Stricker.**

(21. III. 49.)

Der Verlauf der photographischen Entwicklung als Funktion der Entwicklungszeit ϑ lässt sich durch die bekannte Gleichung I darstellen:

$$\gamma = \gamma_{\infty}(1 - e^{-k\vartheta}) \tag{I}$$

wo γ = Tangens des Winkels, den der Lineararteil der Schwärzungskurve mit der log It-Achse bildet (I = Lichtintensität, t = Belichtungszeit); $\gamma_{\infty} = \gamma$ für $\vartheta = \infty$; k = Geschwindigkeitskonstante.

Nach *L. N. G. Filon*[1]) lassen sich aus den Gleichungen

$$\gamma_1 = \gamma_{\infty}(1 - e^{-k\vartheta_1}) \tag{II}$$

$$\gamma_2 = \gamma_{\infty}(1 - e^{-k\vartheta_2}) \tag{III}$$

k und γ_{∞} nur berechnen für $\vartheta_2 = 2\,\vartheta_1$.

Diese Forderung fällt dahin, und die Gleichung wird allgemein lösbar, wenn wir γ nicht als Funktion von ϑ, sondern von $\ln\vartheta$ betrachten. Wir erhalten damit die Kurven der Fig. 1. Die Steigung m des sogenannten Lineararteils (in Wirklichkeit handelt es sich um einen schwach gekrümmten Kurvenzug), die graphisch leicht zu bestimmen ist, dient uns zur Berechnung von k und damit von γ_{∞}.

Ersetzen wir nämlich in Gleichung I ϑ durch $\ln\vartheta$ und dieses zur Vereinfachung durch z, so erhalten wir:

$$\gamma = \gamma_{\infty}\left(1 - e^{-k e^{z}}\right) \tag{IV}$$

Die Steigung m ist gleich dem Wert der ersten Ableitung

$$\frac{d\gamma}{dz} = \gamma_{\infty}\, k\, e^{z - k e^{z}} \tag{V}$$

am Wendepunkt.

Für den Wendepunkt ist die zweite Ableitung Null:

$$\frac{d^2\gamma}{dz^2} = \gamma_{\infty}\, k\, e^{z - k e^{z}}(1 - k\, e^{z}) = 0 \tag{VI}$$

Für diese Nullstelle gilt der uns allein interessierende Fall

$$1 - k\, e^{z} = 0 \tag{VII}$$

Daraus erhalten wir durch Einsetzen von $z = \ln\vartheta$,

ϑ am Wendepunkt $$\vartheta_w = \frac{1}{k} \tag{VIII}$$

[1]) *L. N. G. Filon*, zitiert aus: *C. E. Kenneth Mees*, „The theory of the phot. process", New York, 1945, S. 731.

und damit aus Gleichung V:

$$m = \frac{\gamma_\infty}{e} \quad \text{für nat. Log.} \tag{IX}$$

$$m^* = \frac{\gamma_\infty}{Me} \quad \text{für Zehner-Log. (M = 0,4343)} \tag{X}$$

Die Lösungen lauten also:

$$\gamma_\infty = m\,e \tag{XI}$$

$$\gamma_\infty = m^*\,Me \tag{XII}$$

$$k = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{\gamma_\infty}{\gamma_\infty - \gamma_\vartheta} \tag{XIII}$$

Die Kurven der Fig. 1 zeigen die Anwendung auf zwei praktische Beispiele. Die eingezeichneten Werte wurden experimentell bestimmt und die Kurven aus der graphisch bestimmten Steigung m* mit Hilfe der Gleichungen XII und XIII berechnet. Die Versuchsdaten finden sich in der Dissertation des Verfassers[1]).

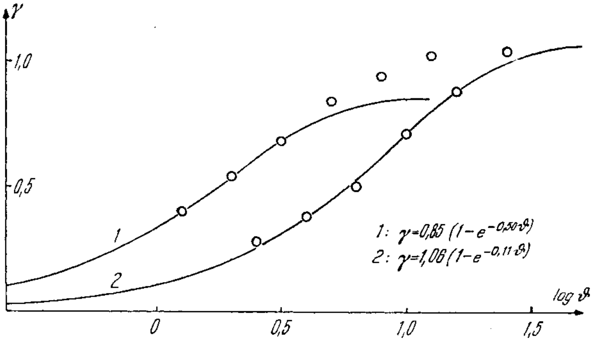

Fig. 1.

Zusammenfassung.

Trotz ihrer beschränkten Gültigkeit[2]) stellt die Formel I, unter Zuhilfenahme der Gleichungen XII und XIII, bei Serienuntersuchungen doch ein relativ einfaches und rasches Hilfsmittel zur mathematischen Behandlung der photographischen Entwicklung dar.

Basel, Riehenstrasse 76.

[1]) *K. Stricker*, „Die Bedeutung gemischter organ. Redoxsyst. für die phot. Entwicklung und für das Silberkorn", Phil. Diss. Basel 1948. Daten zur Kurve 1: Tab. 17, Nr. 7; Daten zur Kurve 2: Tab. 15, Nr. 6.

[2]) *Filon*, loc. cit., S. 732.